

การคำนวณพื้นที่ผิวและจำนวนชั้นของกองบรรจุอนุภาคกลม

Calculating of Surface Area and Layer Number of Spherical Particle Pack Bed

ประเสริฐ อินประเสริฐ

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยสยาม

235 ถนนเพชรเกษม เขตภาษีเจริญ กรุงเทพฯ 10163

Email: Prasert_Inp@yahoo.com

บทคัดย่อ

บทความนี้ได้วิเคราะห์การจัดเรียงตัวของกองบรรจุอนุภาคกลมที่มีขนาดเท่าๆกัน เพื่อคำนวณหาพื้นที่ผิวและจำนวนชั้น เนื่องจากผลลัพธ์ที่ได้นี้มีประโยชน์ในการวิเคราะห์การถ่ายความร้อนของวัสดุพรุน จากการจำลองให้กองอนุภาคทรงกลมมีการจัดเรียงตัวแบบ SC, BCC, SFC, FCC, SH, CPH และ GL ปรากฏว่ามีค่าความพรุนอยู่ระหว่าง 0.25952 ถึง 0.47640 ความสูงหน่วยเซลล์อยู่ระหว่าง 1 ถึง 1.63299 ของเส้นผ่าศูนย์กลาง และพื้นที่ผิวปริมาตรอยู่ระหว่าง 3.14159 ถึง 4.44288หารด้วยเส้นผ่าศูนย์กลาง แล้วทำการหาความสัมพันธ์เป็นเชิงเส้นระหว่างความพรุนกับพื้นที่ผิว และความพรุนกับความสูงหน่วยเซลล์ ทำให้ทราบรูปแบบการจัดเรียงตัวของกองอนุภาคทรงกลมแบบผสมได้เมื่อทราบขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางและค่าความพรุน สำหรับจำนวนชั้นในการแบ่งจากความสูงกองให้มีคุณสมบัติที่เหมือนกันทุกชั้นกับของจริงจะกำหนดจากความสูงหน่วยเซลล์ให้มีค่าเท่ากับความหนาของชั้น ซึ่งความสัมพันธ์ที่ได้นี้จะประโยชน์ในการใช้งานเชิงประยุกต์ต่อไป

คำสำคัญ: กองอนุภาคทรงกลม, พื้นที่ผิว, ความสูงหน่วยเซลล์

Abstract

This article analyzes arrangement of spherical pack bed which have same diameter for calculate surface area and number of layer. Owing to this result will be useful in analysis heat transfer of porous material. From simulation, let spherical pack bed have arranged in SC, BCC, SFC, FCC, SH, CPH and GL. It found that porosity have value between 0.25952 to 0.47640. Unit cell height between 1 to 1.63299 of diameter and area per volume between 3.1415 to 4.44288 divide by diameter. And then find linear relation between Porosity & Surface area and Porosity & Cell height make to know complicate arrangement of spherical pack bed when known spherical size and porosity. The number of layer from divide the bed height for same proprieties of each layer as reality will fix from unit cell height equal to layer thickness. These relations will be useful to use in next applies practice.

Keyword: spherical pack bed, surface area, unit cell height

1. บทนำ

บทความนี้ได้วิเคราะห์การจัดเรียงตัวของกองบรรจุอนุภาคทรงกลมที่มีขนาดเท่าๆกัน เพื่อคำนวณหาพื้นที่ผิวและจำนวนชั้น ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้นี้มีประโยชน์ในการวิเคราะห์เครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน (Heat exchanger) สำหรับการเพิ่มพื้นที่ผิวถ่ายเทความร้อน [2] และตัวถ่ายคั้นพลังงานความร้อน (Heat Regenerator) [6] ทำให้สามารถคำนวณประยุกต์ใช้งานได้แม่นยำยิ่งขึ้น

2. คุณสมบัติกองบรรจุอนุภาค

คุณสมบัติที่กล่าวถึงนี้เป็นคุณสมบัติโดยทั่วไปเมื่อมีกลุ่มอนุภาคกลมกองอยู่ด้วยกันในภาชนะบรรจุ โดยทำการหาค่าความพรุน พื้นที่ผิวต่อปริมาตร และค่าพื้นที่ผิวต่อจำนวนชั้นของกลุ่มอนุภาค

2.1 ความหนาแน่นกองและความหนาแน่นอนุภาค

หาได้ดังนี้

$$\rho_{Bulk} = m_{Total} / V_{Bulk} \quad (1)$$

$$\rho_{Particle} = m_{Total} / V_{Solid} \quad (2)$$

เมื่อ ρ_{Bulk} - ความหนาแน่นกอง (Bulk density), kg/m³

m_{Total} - มวลทั้งหมดของอนุภาคในการบรรจุ, kg

V_{Bulk} - ปริมาตรบรรจุ, m³

$\rho_{Particle}$ - ความหนาแน่นอนุภาค (Particle density), kg/m³

V_{Solid} - ปริมาตรทั้งหมดของอนุภาคในการบรรจุ, m³

2.2 มวลแต่ละอนุภาค

หาได้ดังนี้

$$m_{Particle} = \rho_{Particle} V_{Particle} \quad (3)$$

เมื่อ $m_{Particle}$ - มวลแต่ละอนุภาค, kg

$V_{Particle}$ - ปริมาตรอนุภาค, m³

$$V_{Particle} = (\pi/6)D_p^3$$

D_p - เส้นผ่านศูนย์กลางอนุภาคกลม (Particle diameter)

, m

2.3 จำนวนอนุภาคในกองภาชนะบรรจุ

หาได้ดังนี้

$$n_{Particle} = m_{Total} / m_{Particle} \quad (4)$$

เมื่อ $n_{Particle}$ - จำนวนอนุภาค, pcs.

2.4 ความอัดตัวประกอบบรรจุ

หาได้ดังนี้

$$PF = V_{Solid} / V_{Bulk} \quad (5)$$

$$= (V_{Solid} / V_{Bulk})(m_{Total} / m_{Total})$$

$$= (V_{Solid} / m_{Total})(m_{Total} / V_{Bulk})$$

$$= \rho_{Particle} / \rho_{Bulk} \quad (6)$$

เมื่อ PF - ความอัดตัวหรือตัวประกอบบรรจุ (Packing factor), -

2.5 ความพรุน

หาได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= V_{Void} / V_{Bulk} = (V_{Bulk} - V_{Solid}) / V_{Bulk} = (1 - V_{Solid} / V_{Bulk}) \\ &= 1 - PF \end{aligned} \quad (7)$$

หรือ $PF = 1 - \mathcal{E}$

เมื่อ \mathcal{E} - ความพรุน (Porosity) หรือช่องว่าง (Void), -

V_{Void} - ช่องว่างที่เหลือจากการบรรจุ, m³

2.6 พื้นที่ผิวอนุภาคต่อปริมาตรบรรจุ

หาได้ดังนี้

$$APV = A_{Surf} / V_{Bulk} \quad (8)$$

$$= n_{Particle} \cdot A_{Particle} / V_{Bulk}$$

$$= (m_{Total} / m_{Particle})(A_{Particle} / V_{Bulk})$$

$$= (m_{Total} / V_{Bulk})(A_{Particle} / m_{Particle})$$

$$= \rho_{Bulk} [A_{Particle} / (\rho_{Particle} \cdot V_{Particle})]$$

$$= (\rho_{Bulk} / \rho_{Particle})(A_{Particle} / V_{Particle})$$

$$= PF(A_{Particle} / V_{Particle})$$

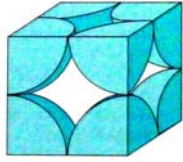
$$= (1 - \mathcal{E})(A_{Particle} / V_{Particle}) \quad (9)$$

เมื่อ APV - พื้นที่ผิวอนุภาคทั้งหมดต่อปริมาตรบรรจุ (Total particle surface area per packed bed

คำนวณได้ จาก (6)

$$\text{ความพรุน} = 1 - \pi/6 = 1 - 0.52360 = 0.47640$$

3.1.4 พื้นที่ผิวการถ่ายเทความร้อนต่อปริมาตร



รูปที่ 3 พื้นที่ผิวการถ่ายเทความร้อนต่อปริมาตร แบบ Simple cubic [7]

พื้นที่ผิวการถ่ายเทความร้อนต่อปริมาตรแบบ SC แสดงในรูปที่ 3 คำนวณได้ดังนี้ จาก (8)

$$\text{พื้นที่ผิวทรงกลม} = 1 * \pi D_p^2$$

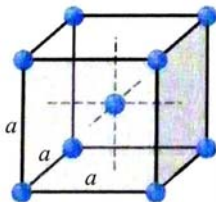
$$\text{ปริมาตรเซลล์} = D_p^3$$

พื้นที่ผิวการถ่ายเทความร้อน/ปริมาตร

$$= [1 * \pi D_p^2 / D_p^3] = \pi / D_p$$

$$= 3.14159 / D_p$$

3.2 การจัดเรียงตัวแบบ Body-centered cubic (BCC)

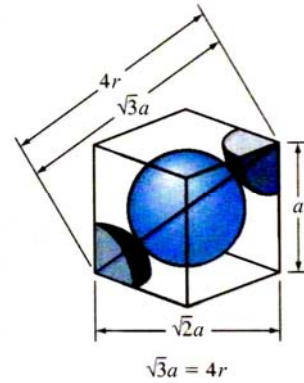


รูปที่ 4 การจัดเรียงตัวแบบ Body-centered cubic [8]

การจัดเรียงตัวแบบนี้หนึ่งหน่วยเซลล์มีจุดศูนย์กลางทรงกลมอยู่ที่มุมทั้ง 8 และจุดกึ่งกลางของเซลล์แสดงดังรูปที่ 4 เห็นว่าทรงกลมมีจุดสัมผัส 8 จุด พิจารณาตามแนวเส้นทแยงมุมของเซลล์พบว่าทรงกลมสัมผัสกันเป็นแนวเส้นตรงต่อเนื่องออกไปเรื่อยๆ จำนวนทรงกลมในหนึ่งหน่วยเซลล์แบบ BCC คำนวณได้ดังนี้

จุดกึ่งกลาง	1	ทรงกลม/หน่วยเซลล์
มุม 1 มุม	1/8	ทรงกลม/หน่วยเซลล์
รวมทั้งหมด	1 + 8 (1/8)	ทรงกลม/หน่วยเซลล์
	2	ทรงกลม/หน่วยเซลล์

3.2.1 ความยาวด้านของหนึ่งหน่วยเซลล์



รูปที่ 5 ความยาวด้านหน่วยเซลล์ แบบ Body-centered cubic [8]

ความยาวด้านของหนึ่งหน่วยเซลล์แบบ BCC

คำนวณได้ดังนี้ จากรูปที่ 5

$$(2D_p)^2 = a^2 + a^2 + a^2$$

$$a = 2D_p / \sqrt{3} = 1.15470 D_p$$

$$c = a$$

3.2.2 ความอัดตัว

ค่าความอัดตัวการจัดเรียงแบบ BCC คำนวณได้ดังนี้ จาก (5)

$$\text{ปริมาตรทรงกลม} = 2 * (\pi/6) D_p^3$$

$$\text{ปริมาตรเซลล์} = (2D_p / \sqrt{3})^3$$

$$\text{ความอัดตัว} = [2 * (\pi/6) D_p^3] / [(2D_p / \sqrt{3})^3]$$

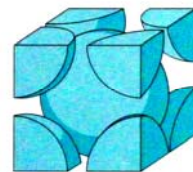
$$= \sqrt{3} \pi / 8 = 0.68017$$

3.2.3 ความพรุน

คำนวณได้ จาก (6)

$$\text{ความพรุน} = 1 - \sqrt{3} \pi / 8 = 1 - 0.68017 = 0.31983$$

3.2.4 พื้นที่ผิวการถ่ายเทความร้อนต่อปริมาตร

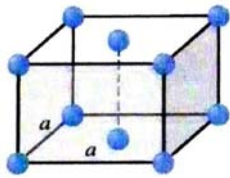


รูปที่ 6 พื้นที่ผิวการถ่ายเทความร้อนต่อปริมาตร แบบ Body-centered cubic [7]

พื้นที่ผิวการถ่ายเทความร้อนต่อปริมาตรแบบ BCC แสดงในรูปที่ 6 คำนวณได้ดังนี้ จาก (8)

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ผิวทรงกลม} &= 2 * \pi D_p^2 \\ \text{ปริมาตรเซลล์} &= (2D_p / \sqrt{3})^3 \\ \text{พื้นที่ผิวการถ่ายเทความร้อน/ปริมาตร} &= [2 * \pi D_p^2] / [(2D_p / \sqrt{3})^3] \\ &= (3\sqrt{3}) \pi / 4 D_p \\ &= 4.08105 / D_p \end{aligned}$$

3.3 การจัดเรียงตัวแบบ Simple face-centered (SFC) หรือ Face-centered layer (FCL)

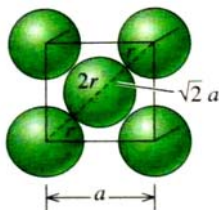


รูปที่ 7 การจัดเรียงตัวแบบ Simple face-centered

การจัดเรียงตัวแบบนี้หน่วยเซลล์มีจุดศูนย์กลางทรงกลมอยู่ที่มุมทั้ง 8 และที่จุดกึ่งกลางของระนาบด้านบนด้านล่าง แสดงดังรูปที่ 7 เห็นได้ว่าทรงกลมมีจุดสัมผัส 6 จุด พิจารณาแนวเส้นทแยงมุมของระนาบด้านข้างเซลล์พบว่าทรงกลมสัมผัสเป็นแนวเส้นตรงต่อออกไป จำนวนทรงกลมในหนึ่งหน่วยเซลล์แบบ SFC คำนวณได้ดังนี้

จุดกึ่งกลางด้าน	1/2 ทรงกลม/หน่วยเซลล์
มุม 1 มุม	1/8 ทรงกลม/หน่วยเซลล์
รวมทั้งหมด	$2(1/2) + 8(1/8)$ ทรงกลม/หน่วยเซลล์
	2 ทรงกลม/หน่วยเซลล์

3.3.1 ความยาวด้านของหนึ่งหน่วยเซลล์



รูปที่ 8 ความยาวด้านของหน่วยเซลล์ แบบ Face-centered [3]

ความยาวด้านของหนึ่งหน่วยเซลล์แบบ SFC คำนวณได้ดังนี้ จากรูปที่ 8

$$\begin{aligned} (2D_p)^2 &= a^2 + a^2 \\ a &= 2D_p / \sqrt{2} = \sqrt{2} D_p = 1.41421 D_p \end{aligned}$$

3.3.2 ความอัดตัว

ค่าความอัดตัวของการจัดเรียงแบบ SFC คำนวณได้ดังนี้ จาก (5)

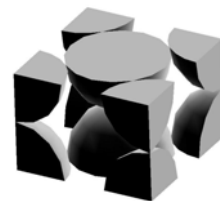
$$\begin{aligned} \text{ปริมาตรทรงกลม} &= 2 * (\pi/6) D_p^3 \\ \text{ความสูงเซลล์ (c)} &= D_p \\ \text{ปริมาตรเซลล์} &= a^2 c = (\sqrt{2} D_p)^2 D_p \\ \text{ความอัดตัว} &= [2 * (\pi/6) D_p^3] / [(\sqrt{2} D_p)^2 D_p] \\ &= \pi/6 = 0.52360 \end{aligned}$$

3.3.3 ความพรุน

คำนวณได้ จาก (6)

$$\begin{aligned} \text{ความพรุน} &= 1 - \pi/6 = 1 - 0.52360 \\ &= 0.47640 \end{aligned}$$

3.3.4 พื้นที่ผิวการถ่ายเทความร้อนต่อปริมาตร

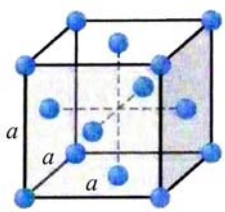


รูปที่ 9 พื้นที่ผิวการถ่ายเทความร้อนต่อปริมาตร แบบ Simple Face-centered

พื้นที่ผิวการถ่ายเทความร้อนต่อปริมาตรแบบ SFC แสดงในรูปที่ 9 คำนวณได้ดังนี้ จาก (8)

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ผิวทรงกลม} &= 2 * \pi D_p^2 \\ \text{ปริมาตรเซลล์} &= (\sqrt{2} D_p)^2 D_p \\ \text{พื้นที่ผิวการถ่ายเทความร้อน/ปริมาตร} &= [2 * \pi D_p^2] / [(\sqrt{2} D_p)^2 D_p] \\ &= \pi / D_p = 3.14159 / D_p \end{aligned}$$

3.4 การจัดเรียงตัวแบบ Face-centered cubic (FCC)

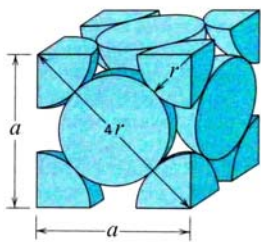


รูปที่ 10 การจัดเรียงตัวแบบ Face-centered cubic [8]

การจัดเรียงตัวแบบนี้หน่วยเซลล์มีจุดศูนย์กลางทรงกลมอยู่ที่มุมทั้ง 8 และที่จุดกึ่งกลางด้านทั้ง 6 แสดงดังรูปที่ 10 เห็นได้ว่าทรงกลมมีจุดสัมผัส 12 จุด พิจารณาแนวเส้นทะแยงมุมของระนาบด้านข้างเซลล์พบว่าทรงกลมสัมผัสเป็นแนวเส้นตรงต่อออกไป จำนวนทรงกลมในหนึ่งหน่วยเซลล์แบบ FCC คำนวณได้ดังนี้

จุดกึ่งกลางด้าน	1/2	ทรงกลม/หน่วยเซลล์
มุม 1 มุม	1/8	ทรงกลม/หน่วยเซลล์
รวมทั้งหมด	$6(1/2)+8(1/8)$	ทรงกลม/หน่วยเซลล์
		4 ทรงกลม/หน่วยเซลล์

3.4.1 ความยาวด้านของหนึ่งหน่วยเซลล์



รูปที่ 11 ความยาวด้านของหนึ่งหน่วยเซลล์ แบบ Face-centered cubic [7]

ความยาวด้านของหนึ่งหน่วยเซลล์แบบ FCC

คำนวณได้ดังนี้ จากรูปที่ 11

$$(2D_p)^2 = a^2 + a^2$$

$$a = 2D_p/\sqrt{2} = \sqrt{2} D_p = 1.41421 D_p$$

$$c = a$$

3.4.2 ความอัดตัว

ค่าความอัดตัวของการจัดเรียงแบบ FCC คำนวณได้ดังนี้ จาก (5)

$$\begin{aligned} \text{ปริมาตรทรงกลม} &= 4 * (\pi/6) D_p^3 \\ \text{ปริมาตรเซลล์} &= (\sqrt{2} D_p)^3 \\ \text{ความอัดตัว} &= [4 * (\pi/6) D_p^3] / [(\sqrt{2} D_p)^3] \\ &= \sqrt{2} \pi/6 \\ &= \pi/3 \sqrt{2} = 0.74048 \end{aligned}$$

3.4.3 ความพรุน

คำนวณได้ จาก (6)

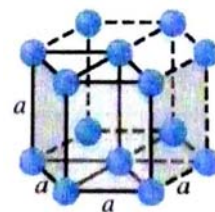
$$\begin{aligned} \text{ความพรุน} &= 1 - \pi/3 \sqrt{2} = 1 - 0.74048 \\ &= 0.25952 \end{aligned}$$

3.4.3 พื้นที่ผิวการถ่ายเทความร้อนต่อปริมาตร

พื้นที่ผิวการถ่ายเทความร้อนต่อปริมาตรแบบ FCC แสดงในรูปที่ 11 คำนวณได้ดังนี้ จาก (8)

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ผิวทรงกลม} &= 4 * \pi D_p^2 \\ \text{ปริมาตรเซลล์} &= (\sqrt{2} D_p)^3 \\ \text{พื้นที่ผิวการถ่ายเทความร้อน/ปริมาตร} &= [4 * \pi D_p^2] / [(\sqrt{2} D_p)^3] = \sqrt{2} \pi / D_p \\ &= 4.44288 / D_p \end{aligned}$$

3.5 การจัดเรียงตัวแบบ Simple hexagonal (SH) หรือ Hexagonal layer (HL)



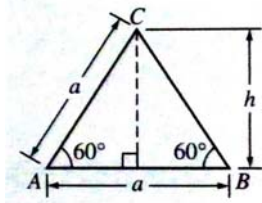
รูปที่ 12 การจัดเรียงตัวแบบ Simple hexagonal [8]

การจัดเรียงตัวแบบนี้หน่วยเซลล์มีจุดศูนย์กลางทรงกลมอยู่ที่มุมทั้ง 12 และที่จุดกึ่งกลางของระนาบด้านบนด้านล่าง แสดงดังรูปที่ 12 เห็นได้ว่าทรงกลมมีจุดสัมผัส 8 จุด จำนวนทรงกลมในหนึ่งหน่วยเซลล์แบบ SH คำนวณได้ดังนี้

จุดกึ่งกลางระนาบ 1/2 ทรงกลม/หน่วยเซลล์

มุม 1 มุม 1/6 ทรงกลม/หน่วยเซลล์
 รวมทั้งหมด 12(1/6)+2(1/2) ทรงกลม/หน่วยเซลล์
 3 ทรงกลม/หน่วยเซลล์

3.5.1 ความยาวด้านของหนึ่งหน่วยเซลล์



รูปที่ 13 ความยาวด้านของหนึ่งหน่วยเซลล์ แบบ Hexagonal [8]

ความยาวด้านของหนึ่งหน่วยเซลล์แบบ SH
 คำนวณได้ดังนี้ จากรูปที่ 12

$$a = 2r = D_p$$

$$c = D_p$$

พื้นที่สามเหลี่ยม 6 รูปที่ฐาน แต่ละรูปหาได้จาก
 รูปที่ 13 ดังนี้

$$h = \sqrt{3} \quad r = (\sqrt{3}/2) D_p$$

$$A = (1/2)(hD_p) = (1/2)(\sqrt{3}/2)D_p^2$$

เมื่อ h - ความสูงรูปสามเหลี่ยม, m

A - พื้นที่สามเหลี่ยม, m

3.5.2 ความอัดตัว

ค่าความอัดตัวของการจัดเรียงแบบ SH คำนวณ
 ได้ดังนี้ จาก (5)

$$\text{ปริมาตรทรงกลม} = 3 * (\pi/6) D_p^3$$

$$\text{ปริมาตรเซลล์} = 6 * [(1/2)(\sqrt{3}/2) D_p^2] D_p$$

$$= 3(\sqrt{3}/2) D_p^3$$

$$\text{ความอัดตัว} = [3 * (\pi/6) D_p^3] / [3(\sqrt{3}/2) D_p^3]$$

$$= \pi/3\sqrt{3} = 0.60460$$

3.5.3 ความพรุน

คำนวณได้ จาก (6)

$$\text{ความพรุน} = 1 - \pi/3\sqrt{3} = 1 - 0.60460 = 0.39540$$

3.5.4 พื้นที่ผิวการถ่ายเทความร้อนต่อปริมาตร

พื้นที่ผิวการถ่ายเทความร้อนต่อปริมาตรแบบ SH
 แสดงในรูปที่ 12 คำนวณได้ดังนี้ จาก (8)

$$\text{พื้นที่ผิวทรงกลม} = 3 * \pi D_p^2$$

$$\text{ปริมาตรเซลล์} = 3(\sqrt{3}/2) D_p^3$$

พื้นที่ผิวการถ่ายเทความร้อน/ปริมาตร

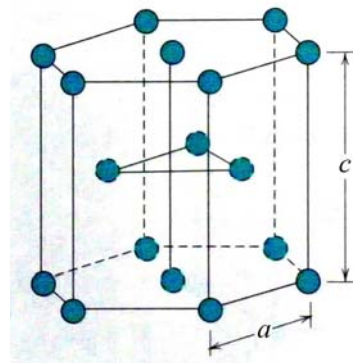
$$= [3 * \pi D_p^2] / [3(\sqrt{3}/2) D_p^3]$$

$$= 2\pi/\sqrt{3} D_p$$

$$= 3.62760/D_p$$

3.6 การจัดเรียงตัวแบบ Close packed hexagonal (CPH)

การจัดเรียงตัวแบบนี้หน่วยเซลล์มีจุดศูนย์กลาง
 ทรงกลมอยู่ที่มุมทั้ง 12 และระหว่างระนาบบนล่างมี
 ทรงกลมแทรกอยู่ 3 ลูกแสดงดังรูปที่ 14 เห็นได้ว่าทรง
 กลมมีจุดสัมผัส 12 จุด จำนวนทรงกลมในหนึ่ง
 หน่วยเซลล์แบบ CPH คำนวณได้ดังนี้



รูปที่ 14 การจัดเรียงตัวแบบ Close packed hexagonal [7]

จุดกึ่งกลางระนาบ 1/2 ทรงกลม/หน่วยเซลล์

ระหว่างระนาบบนล่าง 3 ทรงกลม/หน่วยเซลล์

มุม 1 มุม 1/6 ทรงกลม/หน่วยเซลล์

รวมทั้งหมด 12(1/6)+2(1/2)+3 ทรงกลม/หน่วยเซลล์

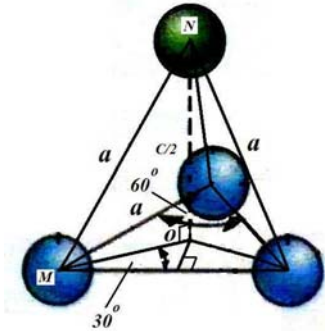
6 ทรงกลม/หน่วยเซลล์

3.6.1 ความยาวด้านของหนึ่งหน่วยเซลล์

พิจารณาการจัดเรียงทรงกลม 4 ลูกของแนวฐาน
 3 ลูก และจุดยอด 1 ลูก จะเป็นปริมาตร 6 เหลี่ยมด้าน
 เท่า คำนวณได้ดังนี้

ความยาวด้านของหนึ่งหน่วยเซลล์แบบ CPH
คำนวณได้ดังนี้ จากรูปที่ 14

$$a = 2r = D_p$$



รูปที่ 15 ระยะครึ่งหนึ่งของความสูงของหนึ่งหน่วยเซลล์ แบบ

Close packed hexagonal [3]

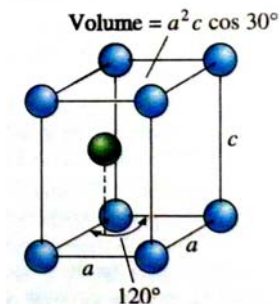
สำหรับความสูงหน่วยเซลล์คำนวณได้จากรูปที่ 15

$$\text{ความยาวเส้น MO} = a/\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \text{ความสูง ON เท่ากับระยะครึ่งเซลล์} &= c/2 \\ &= a\sqrt{2}/\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } c &= a2\sqrt{2}/\sqrt{3} = (2\sqrt{2}/\sqrt{3}) D_p \\ &= 1.63299 D_p \end{aligned}$$

3.6.2 ความอัดตัว



รูปที่ 16 การคำนวณปริมาตรหนึ่งหน่วยเซลล์ แบบ Close packed hexagonal เท่ากับ 3* Volume ที่ได้จากการคำนวณ

พื้นที่สามเหลี่ยมที่ฐานรวม 2 รูปคูณด้วยความสูง [3]

ความอัดตัวของการจัดเรียงแบบ CPH คำนวณได้
ดังนี้ จาก (5)

$$\text{ปริมาตรทรงกลม} = 6*(\pi/6)D_p^3$$

$$\begin{aligned} \text{ปริมาตรเซลล์} &= 6*[(1/2)(\sqrt{3}/2)D_p^2](2\sqrt{2}/\sqrt{3})D_p \\ &= (3/\sqrt{2})D_p^3 \end{aligned}$$

ซึ่งปริมาตรเซลล์สามารถคำนวณได้อีกวิธีหนึ่งจาก
รูปที่ 16

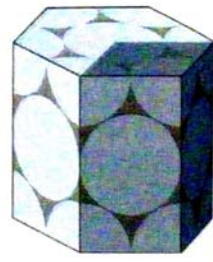
$$\begin{aligned} \text{ความอัดตัว} &= [6*(\pi/6)D_p^3]/[(3/\sqrt{2})D_p^3] \\ &= \pi/3\sqrt{2} = 0.7048 \end{aligned}$$

3.6.3 ความพรุน

คำนวณได้ จาก (6)

$$\text{ความพรุน} = 1 - \pi/3\sqrt{2} = 1 - 0.7048 = 0.2952$$

3.6.4 พื้นที่ผิวการถ่ายเทความร้อนต่อปริมาตร



รูปที่ 17 พื้นที่ผิวการถ่ายเทความร้อนต่อปริมาตร แบบ Close packed hexagonal [4]

พื้นที่ผิวการถ่ายเทความร้อนต่อปริมาตรแบบ
CPH แสดงในรูปที่ 17 คำนวณได้ดังนี้ จาก (8)

$$\text{พื้นที่ผิวทรงกลม} = 6*\pi D_p^2$$

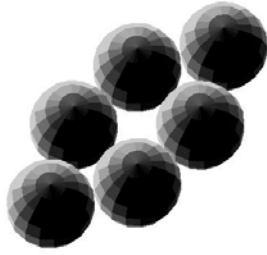
$$\text{ปริมาตรเซลล์} = (3/\sqrt{2})D_p^3$$

พื้นที่ผิวการถ่ายเทความร้อน/ปริมาตร

$$\begin{aligned} &= [6*\pi D_p^2]/[(3/\sqrt{2})D_p^3] \\ &= \sqrt{2} \pi/D_p \\ &= 4.44288/D_p \end{aligned}$$

3.7 การจัดเรียงตัวของ Graphene layer (GL)

การจัดเรียงตัวของหน่วยเซลล์มีจุดศูนย์กลาง
ทรงกลมอยู่ที่มุมทั้ง 6 แสดงดังรูปที่ 18 เห็นได้ว่าทรง
กลมมีจุดสัมผัส 7 จุด จำนวนทรงกลมในหนึ่ง
หน่วยเซลล์แบบ GL คำนวณได้ดังนี้



รูปที่ 18 การจัดเรียงตัวแบบ Graphene layer

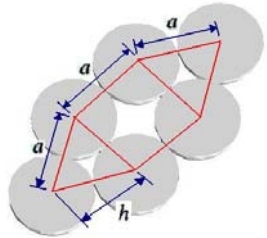
มุม 1 มุมตัด 150° 15/36 ทรงกลม/หน่วยเซลล์

มุม 1 มุมตัด 60° 1/6 ทรงกลม/หน่วยเซลล์

รวมทั้งหมด $4(15/36)+2(1/6)$ ทรงกลม/หน่วยเซลล์

2 ทรงกลม/หน่วยเซลล์

3.7.1 ความยาวด้านของหนึ่งหน่วยเซลล์



รูปที่ 19 รูปตัดของหนึ่งหน่วยเซลล์ แบบ Graphene layer

พิจารณาการจัดเรียงทรงกลม 4 ลูกของรูป

สี่เหลี่ยมจัตุรัสและจุดยอดสามเหลี่ยมตรงข้ามกัน

อย่างละ 1 ลูก จากรูปที่ 19 จะได้

$$a = 2r = D_p$$

จากรูปที่ 13 จะได้

$$h = \sqrt{3} r = (\sqrt{3}/2) D_p$$

สำหรับความสูงหน่วยเซลล์หาได้จากรูปที่ 18

$$c = D_p$$

3.7.2 ความอัดตัว

ค่าความอัดตัวของการจัดเรียงแบบ GL คำนวณ

ได้ดังนี้ จาก (5)

$$\text{ปริมาตรทรงกลม} = 2 * (\pi/6) D_p^3$$

$$\text{ปริมาตรเซลล์} = [D_p^2 + 2(1/2) D_p (\sqrt{3}/2) D_p] D_p$$

$$= (1 + \sqrt{3}/2) D_p^3$$

$$\text{ความอัดตัว} = [2 * (\pi/6) D_p^3] / [(1 + \sqrt{3}/2) D_p^3]$$

$$= \pi/3 (1 + \sqrt{3}/2) = 0.56119$$

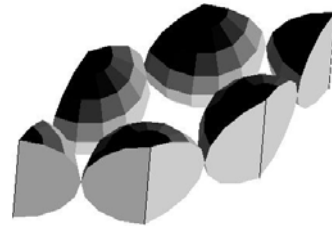
3.7.3 ความพรุน

คำนวณได้ จาก (6)

$$\text{ความพรุน} = 1 - \pi/3 (1 + \sqrt{3}/2)$$

$$= 1 - 0.56119 = 0.43881$$

3.7.4 พื้นที่ผิวการถ่ายเทความร้อนต่อปริมาตร



รูปที่ 20 พื้นที่ผิวการถ่ายเทความร้อนต่อปริมาตร แบบ

Graphene layer

พื้นที่ผิวการถ่ายเทความร้อนต่อปริมาตรแบบ PG

แสดงในรูปที่ 20 คำนวณได้ดังนี้ จาก (8)

$$\text{พื้นที่ผิวทรงกลม} = 2 * \pi D_p^2$$

$$\text{ปริมาตรเซลล์} = (1 + \sqrt{3}/2) D_p^3$$

พื้นที่ผิวการถ่ายเทความร้อน/ปริมาตร

$$= [2 * \pi D_p^2] / [(1 + \sqrt{3}/2) D_p^3]$$

$$= 4\pi / (2 + \sqrt{3}) D_p$$

$$= 3.36715 / D_p$$

4. วิเคราะห์หาความสัมพันธ์การจัดเรียงตัวแบบ

ต่างๆของกลุ่มทรงกลม

4.1 ความสัมพันธ์คุณสมบัติต่างๆของกลุ่มทรงกลม

โดยธรรมชาติกลุ่มทรงกลมจะไม่จัดเรียงตัวใน

แบบใดแบบหนึ่งแต่จะผสมผสานกัน จากแบบจำลอง

ทั้ง 7 แบบ สรุปเป็นข้อมูลเบื้องต้นได้ดังนี้

$$0.25952 \leq \epsilon \leq 0.47640$$

$$1.00000 D_p \leq c \leq 1.63299 D_p$$

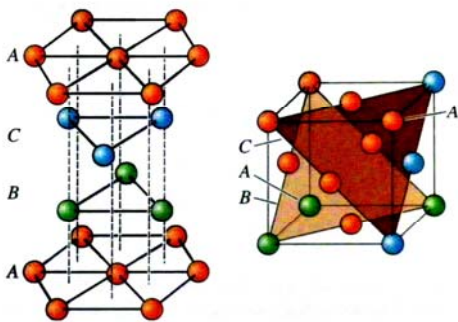
$$3.14159 / D_p \leq APV \leq 4.44288 / D_p$$

ซึ่งนำมาเขียนเป็นตารางที่ 1

จะเห็นได้ว่า โครงสร้างแบบ SC กับ SFC มีค่าความพรุน พื้นที่ผิวต่อปริมาตรเท่ากันและระยะความสูงหน่วยเซลล์เท่ากัน จึงได้ทำการตัดโครงสร้างแบบ SFC ออกไป สำหรับโครงสร้างแบบ FCC กับ CPH มีค่าความพรุนและพื้นที่ผิวต่อปริมาตรเท่ากัน แต่ระยะความสูงหน่วยเซลล์ไม่เท่ากัน ซึ่งค่าความสูงหน่วยเซลล์ที่ไม่เท่ากันนั้นเนื่องจากการตัดเป็นหน่วยเซลล์เพื่อนำมาวิเคราะห์ในทิศทางต่างกัน แสดงดังรูปที่ 21 ดังนั้นจึงตัดโครงสร้างแบบ CPH ออกไปจากการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์

ตารางที่ 1 ความสูงหน่วยเซลล์, ความพรุน และพื้นที่ผิวต่อปริมาตร

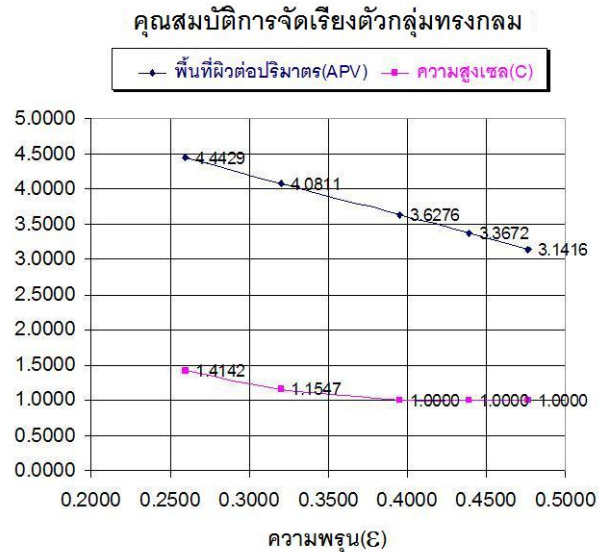
การเรียงตัว	ความพรุน (ε)	ความสูงหน่วยเซลล์ (c)	พื้นที่ผิวต่อปริมาตร (APV)
GL	0.43881	1.00000 D _p	3.36715/ D _p
CPH	0.25952	1.63299 D _p	4.44288/ D _p
SH(HL)	0.39540	1.00000 D _p	3.62760/ D _p
FCC	0.25952	1.41421 D _p	4.44288/ D _p
SFC(FCL)	0.47640	1.00000 D _p	3.14159/ D _p
BCC	0.31983	1.15470 D _p	4.08105/ D _p
SC	0.47640	1.00000 D _p	3.14159/ D _p



รูปที่ 21 ซ้าย: โครงสร้างแบบ Close packed hexagonal
ขวา: โครงสร้างแบบ Face center cubic [3]

4.2 สมการที่สัมพันธ์กับความพรุน[1]

เมื่อทราบค่าความอัดตัวก็สามารถทราบความพรุนได้ จากความพรุนที่ได้สามารถหาพื้นที่ผิวต่อปริมาตร และหาความสูงหน่วยเซลล์ได้จากกราฟที่สร้างมาจากตารางที่ 1 ดังรูปที่ 22



รูปที่ 22 กราฟ ความพรุน(ε) & พื้นที่ผิวต่อปริมาตร (APV) และ ความพรุน(ε) & ความสูงหน่วยเซลล์ (c)

จากกราฟรูปที่ 22 จะเห็นได้ว่าพื้นที่ผิวต่อปริมาตรมีความสัมพันธ์กับความพรุนเป็นเส้นตรง ซึ่งมีสมการดังนี้

$$APV = (6.0000 - 6.0001\varepsilon) / D_p = 6 \cdot (1 - \varepsilon) / D_p$$

สังเกตได้เป็นสมการเดียวกับสมการ(9)

สำหรับความสูงหน่วยเซลล์มีความสัมพันธ์กับความพรุนเป็นเส้นโค้ง ซึ่งมีสมการดังนี้

$$0.25952 \leq \varepsilon \leq 0.39540;$$

$$c = (3.9089 - 13.9211\varepsilon + 16.6016\varepsilon^2) D_p \quad (13)$$

$$0.39540 \leq \varepsilon \leq 0.47640;$$

$$c = D_p \quad (14)$$

เมื่อทราบความสูงของกลุ่มทรงกลม จะกำหนดจำนวนชั้นที่ของไหลฯ ผ่านกลุ่มทรงกลมไปได้

4.2.1 กรณีความสูงหน่วยเซลล์ไม่เท่ากับ เส้นผ่าศูนย์กลางทรงกลม

เนื่องจากการแบ่งเป็นหน่วยเซลล์ได้ทำการแบ่งครึ่ง ทรงกลมในชั้นล่างสุดและชั้นบนสุดเข้าไปอยู่ใน หน่วยเซลล์ ดังนั้นชั้นบนสุดและชั้นล่างสุดจะมีความสูง เท่ากับรัศมีทรงกลม สำหรับชั้นที่อยู่ระหว่างกลางแบ่ง โดยกำหนดให้แต่ละชั้นมีความหนาเท่ากับ ความสูง หน่วยเซลล์ ดังนี้

กรณี $c \neq D_p$; จำนวนชั้นที่มีทั้งหมดเท่ากับ

$$n = (H - D_p)/c + 2 \quad (15)$$

$$i=1 \quad ; \quad F_{i,1} = D_p/2 \quad (16)$$

$$i=2..n-1 \quad ; \quad F_{i,i} = c \quad (17)$$

$$i=n \quad ; \quad F_{i,n} = D_p/2 = F_{i,1}$$

เมื่อ i - หมายเลขชั้น, integer

H - ความสูงของอนุภาค (Bed particle height), m

n - Number of layer, integer

4.2.2 กรณีความสูงหน่วยเซลล์เท่ากับเส้นผ่าศูนย์กลาง ทรงกลม

ในกรณีนี้แบ่งให้แต่ละชั้นมีความสูงเท่ากับ เส้นผ่าศูนย์กลางทรงกลมจะเหมาะสมกว่าการแบ่งให้ มีโครงสร้างเป็นแบบหน่วยเซลล์

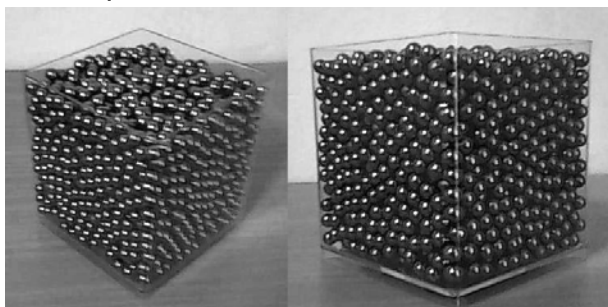
กรณี $c = D_p$; จำนวนชั้นที่มีทั้งหมดเท่ากับ

$$n = H/D_p \quad (18)$$

$$i=1..n \quad ; \quad F_{i,i} = D_p \quad (19)$$

5. การคำนวณหาค่าต่างๆที่มีความสัมพันธ์กับ

ความพรุน



รูปที่ 23 กล่องบรรจุลูกเหล็ก

ในที่นี้ได้ทำการทดสอบใส่วัสดุทรงกลมลงใน กล่องที่มีพื้นที่หน้าตัด ($A_{CSLayer}$) $80.0 \times 80.0 \text{ mm}^2$ บรรจุ ลูกเหล็กเส้นผ่าศูนย์กลาง (D_p) 6.33 mm จำนวน (m_{Total}) 2505.6 g ได้ความสูงของอนุภาค (H) 82.5 mm . ดังรูปที่ 23 โดยมีมวลลูกเหล็กต่อลูก ($m_{Particle}$) 1.0427 g/pes

ในที่นี้จะคำนวณหาจำนวนชั้นความร้อนไหลผ่าน และพื้นที่ผิวการถ่ายเทความร้อนต่อชั้น ได้ดังนี้

1. หาความหนาแน่นของ จาก (1)

$$\rho_{Bulk} = (2.5056 \text{ kg}) / [(0.08 \text{ m}) \times (0.08 \text{ m}) \times (0.0825 \text{ m})] \\ = 4745.45 \text{ kg/m}^3$$

2. หาความหนาแน่นอนุภาค จาก (3)

$$V_{Particle} = (\pi/6) \times (0.00633)^3 \text{ m}^3 = 1.3280357(10^{-7}) \text{ m}^3$$

$$\rho_{Particle} = (0.0010427 \text{ kg}) / (1.3280357(10^{-7}) \text{ m}^3) \\ = 7851.45 \text{ kg/m}^3$$

3. ตัวประกอบการบรรจุ จาก (5)

$$PF = (4745.47 \text{ kg/m}^3) / (7851.45 \text{ kg/m}^3) = 0.6044$$

4. หาความพรุน จาก (6)

$$\mathcal{E} = 1 - 0.6044 = 0.3956$$

5. รูปแบบการจัดเรียงตัว

จากตารางค่าความพรุนจะเห็นได้ว่าเป็นค่าที่อยู่ ระหว่างการจัดเรียงตัวโครงสร้างที่เป็นแบบ Simple hexagonal และ Graphene layer แทนค่าความพรุน ลงใน (14)

$$c = D_p = 6.33 \text{ mm/layer}$$

6. จำนวนชั้นที่ความร้อนไหลผ่าน เนื่องจาก $c = D_p$ จาก(18)

$$n = (82.5 \text{ mm}) / (6.33 \text{ mm/layer})$$

$$= 13.0332 \cong 13 \text{ layer}$$

7. ชั้นความหนาการไหลผ่านเซลล์ จาก (19)

$$F_{1,1..13} = D_p = 6.33 \text{ mm/layer}$$

8. พื้นที่ผิวต่อปริมาตร จาก (10)

$$APV = [6*(1-0.3956)]/(6.33 \text{ mm})$$

$$= 0.5729 \text{ mm}^2/\text{mm}^3$$

9. ปริมาตรแต่ละชั้น จาก (11)

$$V_{\text{Layer}} = (80 \text{ mm})*(80 \text{ mm})*(6.33 \text{ mm/layer})$$

$$= 40512 \text{ mm}^3/\text{layer}$$

10. พื้นที่ผิวอนุภาคต่อชั้น จาก (12)

$$APL = (0.5729 \text{ mm}^2/\text{mm}^3)*(40512 \text{ mm}^3/\text{layer})$$

$$= 23209 \text{ mm}^2/\text{layer}$$

$$= 0.023209$$

m^2/layer

6. สรุป

จากการจำลองให้กลุ่มอนุภาคทรงกลมมีการจัดเรียงตัวแบบ SC, BCC, SFC, FCC, SH, CPH และ GL ปรากฏว่า $0.25952 \leq \epsilon \leq 0.47640$, $D_p \leq c \leq 1.63299 D_p$ และ $3.14159/D_p \leq APV \leq 4.44288/D_p$ แล้วทำการหาความสัมพันธ์ระหว่างค่าความพรุนกับพื้นที่ผิว และค่าความพรุนกับจำนวนชั้นของกลุ่มอนุภาคกลม ปรากฏว่ามีความสัมพันธ์เป็นเชิงเส้นทำให้ทราบรูปแบบการจัดเรียงตัวของกองอนุภาคทรงกลมแบบผสมได้เมื่อทราบขนาดทรงกลมและค่าความพรุนของกองอนุภาค สำหรับจำนวนชั้นในการแบ่งจากความสูงกองให้มีคุณสมบัติที่เหมือนกันทุกๆชั้นเทียบเท่าของจริงจะกำหนดจากความสูงหน่วยเซลล์ให้มีค่าเท่ากับความหนาของชั้นนั่นเอง

เอกสารอ้างอิง

- [1] ประเสริฐ อินประเสริฐ; 2535; “การศึกษาผลการตอบสนองของอนุภาคนิวทอนของรีออคเบตสำหรับอนุภาคนิวทอนที่ป้อนเข้าแปรเปลี่ยนตลอดเวลา”; วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต; สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
- [2] วิวัฒน์ ตัณฑะพานิชกุล, ไพรินทร์ ชูชาติถาวร, ธงชัย เมธนาวิณ, ประเวศ อัสวดากร, วีรพจน์ ลือประสิทธิ์สกุล; 2538; “คู่มืออุปกรณ์การผลิตในอุตสาหกรรมเคมี”; พิมพ์ครั้งที่ 3; สมาคมส่งเสริมเทคโนโลยี (ไทย-ญี่ปุ่น); หน้า 150-152
- [3] Donald R. Askeland, Pradeep P. Phul; 2006; ‘The Science and Engineering of Materials’; USA; Thomson; pp 59, 61, 73.
- [4] James F. Shackelford; 1992; ‘Introduction to Materials Science for Engineering’; Third Edition; University of California, Davis; USA; Macmillan Publishing Company; pp 89.
- [5] N. V. Suryanarayana, Vner Arici; 2003; ‘Design and Simulation of Thermal Systems’; Michigan Technological University; USA; McGraw-Hill Book Company; pp 463.
- [6] Sarit K. Das; 2006; ‘Process Heat Transfer’; First Reprint; Indian Institute of Technology Madras; Alpha Science International Ltd; India; pp 383, 398.
- [7] William D. Callister, Jr; 2003; ‘Materials Science and Engineering an Introduction’; Sixth Edition; The University of Utah; USA; John Wally & Sons, Inc, ltd; pp 35-37, 59.

[8] William F. Smith, Javad Hashemi; 2006;
'Foundation of Materials Science and
Engineering'; Forth Edition; University of Central
Florida; USA; McGraw-Hill Book Company; pp
76, 79, 83.